Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра автоматики
Кафедра алгебры и математической логики

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Дискретная математика», 2 семестр

1. Методика оценки

Контрольная работа № 1 проводится по теме «Элементы теории множеств» и включает 6 заданий. Контрольная работа № 2 проводится по теме «Алгебраические системы», включает 5 заданий. Выполняется письменно.

2. Критерии оценки

Каждое задание контрольной работы № 1 оценивается в 5 баллов. Каждое задание контрольной работы № 2 оценивается в 6 баллов.

Контрольная работа считается **невыполненной,** если решено одно или два задания. Оценка составляет **0-14** баллов.

Работа выполнена на **пороговом** уровне, если решено три задания. Оценка составляет **15-20** баллов.

Работа выполнена на **базовом** уровне, если решено четыре задания. Оценка составляет **21-24** баллов.

Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если решено пять или шесть заданий. Оценка составляет **25-30** баллов.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

4. Пример варианта контрольной работы

Элементы теории множеств

1. Для отношений $P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = y^2\}$ и $Q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \cdot y > 0\}$ найти $P \circ Q$, $Q \circ P$, $P \circ P$ и P^{-1}.

2. Пусть A и B — конечные множества мощности m и n соответственно. Найти:

   а) число бинарных отношений между элементами множеств A и B;

   б) число функций из A в B;

   в) число инъекций из A в B;

   г) число биекций из A в B.

3. Доказать следующие эквивалентности:

   а) $A \times B \sim B \times A$; б) $(A \times B)^C \sim A^C \times B^C$.

4. Доказать, что:

   а) если A — конечное множество, B — подмножество множества A, то множество B конечно;

   б) если $A_1, \ldots, A_n$ — конечные множества, то множества $A_1 \cup \ldots \cup A_n$ и $A_1 \times \ldots \times A_n$ конечны.

5. Доказать, что если A — счетное множество, B — конечное множество, то множество $A \setminus B$ счетно.

6. Доказать, что если множества A_i, $i \in \omega$, счетны, то множество $\bigcup\limits_{i \in \omega} A_i$ счетно.

Алгебраические системы

1. Определены ли на множествах $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $2\mathbb{Z} \rightleftharpoons \{2n \mid n \in \mathbb{Z}\}$, $2\mathbb{Z}+1 \rightleftharpoons \{2n+1 \mid n \in \mathbb{Z}\}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{Q}\setminus\{0\}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^+ \rightleftharpoons \{a \in \mathbb{R} \mid a > 0\}$, $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ и $\mathbb{C}$ следующие операции:

   а) $(a,b) \mapsto a+b$;

   б) $(a,b) \mapsto a-b$;

   в) $(a,b) \mapsto a \cdot b$;

   г) $(a,b) \mapsto \frac{a}{b}$;

   д) $(a,b) \mapsto \frac{a+b}{2}$;

   е) $(a,b) \mapsto \sqrt{ab}$;

   ж) $(a,b) \mapsto ab-ba$;

   з) $(a,b) \mapsto \min\{a,b\}$;

   и) $(a,b) \mapsto \max\{a,b\}$;

   к) $(a,b) \mapsto a^b$;

   л) $(a,b) \mapsto a$?

2. Установить, образуют ли алгебры следующие системы:
   а) $\langle \omega; +, - \rangle$; б) $\langle \mathbb{Z}; :, \cdot \rangle$; в) $\langle \mathbb{R}; \cdot, -, 1-2i \rangle$.

3. Обозначим через $\mathcal{F}$ множество функций, действующих на множестве A. Образует ли система $\langle \mathcal{F}; \circ \rangle$: а) полугруппу, б) моноид, в) группу?

4. Построить изоморфизм систем $\langle \{1,2,3,4\}; \{(1,3), (1,4), (4,2), (3,2)\} \rangle$ и $\langle \{a,b,c,d\}; \{(b,a), (c,b), (c,d), (d,a)\} \rangle$. Построить все гомоморфные образы указанных систем.

5. Построить всевозможные попарно неизоморфные группы с двух-, трех- и четырехэлементными носителями.